

## Paradoxos eleitorais

O estudo matemático dos sistemas eleitorais mostra que não há sistema perfeito e que as eleições são muitas vezes decididas pelo voto dos que não apoiam o candidato vencedor

Texto de Nuno Crato

O voto é uma das grandes conquistas da Humanidade. Ainda nada melhor foi inventado para conseguir um sistema de governo que garanta a liberdade e o progresso. E será possível inventá-lo?

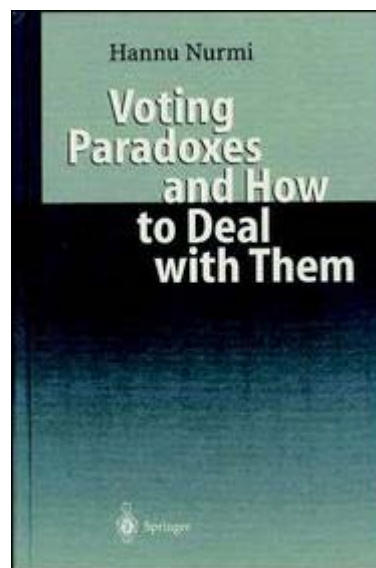
O sistema usado nas democracias baseia-se no chamado voto plural, que é mais conhecido pela sigla «Um homem um voto». Aqui, «homem» representa cidadão, portanto admitimos que o voto plural inclui homens e mulheres. Parece um sistema justo. E é. Mas não está isento de paradoxos, de situações aparentemente contraditórias e surpreendentes que têm sido notadas desde a Antiguidade.

Ao que se sabe, terá sido Plínio, o Novo, assim chamado para o distinguir do tio, Plínio, o Velho, quem primeiro revelou algumas situações paradoxais

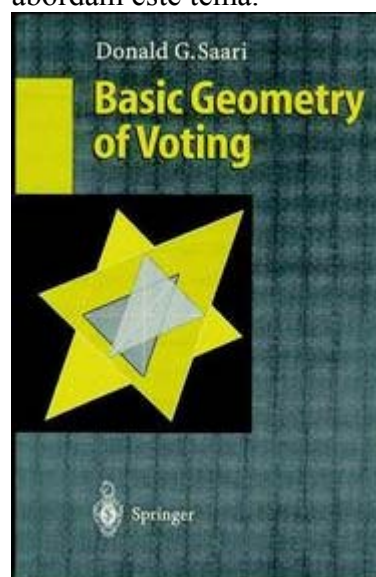
derivadas do voto. Estava-se no século II d.C. e as eleições estavam reservadas a uma elite, mas os problemas eram os mesmos. No século XVII, os paradoxos eleitorais começaram a ser discutidos sistematicamente. Procurava-se um sistema de eleições perfeito e racional e começaram a surgir os problemas.

O matemático francês Jean-Charles Borda (1733-1799) foi o primeiro a estudar sistematicamente o problema. O que descobriu surpreendeu os seus contemporâneos. Olhando para o sistema eleitoral como um método de agregar opiniões para encontrar uma escolha colectiva, notou que métodos diferentes conduzem a resultados diferentes. O paradoxo de Borda, como veio a ser conhecido, foi muito discutido na época, sem se encontrar uma solução satisfatória.

Borda apresentou o problema à Academia Real Francesa em 16 de Junho de 1770. Colocou um exemplo em que 21 votantes escolhiam entre 3 candidatos. Considerou as preferências relativas de cada votante, isto é a forma como cada eleitor hierarquizava os candidatos. O que reparou foi que era possível eleger um candidato que a maioria dos eleitores colocava em último lugar. O que reparou foi que era possível eleger um candidato que a maioria dos eleitores colocava em último lugar. Bastava para isso que os votos dos outros dois estivessem suficientemente divididos. Modernamente



Reprodução da capa dos livros de H. Nurmi e de D. Saari – duas das obras que abordam este tema.



chama-se a isso a eleição de um perdedor de Condorcet, isto é, de um candidato que perde em comparações bilaterais com todos os outros. No exemplo de Borda, o candidato A perdia as eleições se apenas as disputasse com o candidato B, perdê-las-ia de novo se apenas se defrontasse com o candidato C, mas ganhá-las-ia se fosse às urnas contra os dois em simultâneo.

Para resolver o paradoxo, Borda propôs um sistema que veio a ser chamado contagem de Borda. É semelhante ao que é aplicado no Festival da Canção e em outros concursos. Em vez do sistema «um homem um voto», Borda dava a cada eleitor a possibilidade de atribuir uma pontuação a cada candidato. Havendo três, cada eleitor daria dois pontos ao candidato que preferisse, um ponto ao da sua segunda preferência e zero ao restante. Os pontos seriam depois somados e a escolha recairia sobre o candidato mais pontuado.

O sistema parece perfeito, mas tem também os seus problemas. Primeiramente, por que razão tem a preferência que ser linear? Dar-se zero pontos ao candidato menos querido, um ponto ao seguinte e por aí adiante, pode não reflectir exactamente as nossas preferências. Não poderia um votante dar zero pontos a um candidato, meio ponto ao seguinte e ponto e meio a um terceiro? O curioso é que, se assim fosse, o vencedor poderia não ser o mesmo. Com idênticas ordenações das preferências, o candidato mais votado pode depender dos pesos que se fixarem. Quer dizer, o sistema de pontos nem sempre dá o mesmo resultado. Este sistema de eleições também permite graus de arbitrariedade.

Mais grave ainda, como o mostrou um compatriota de Borda, o matemático e filósofo Marquês de Condorcet (1743-94), nem sempre é possível agregar as preferências dos votantes de forma coerente. As preferências de cada eleitor devem ter uma propriedade elementar, devem ser transitivas: se um eleitor põe o candidato A à frente do B e coloca o B à frente do C, então também colocará o A adiante do C.

Numa colectividade e em eleições em que haja pelo menos três candidatos, não é isso que se passa. A colectividade pode preferir A a B, preferir B a C e, no entanto, preferir C a A! Como se resolverá este problema?

Donald Saari, um matemático da Universidade de Califórnia em Irvine que se tem dedicado a estudar os problemas eleitorais, mostrou que pequenas mudanças em qualquer sistema eleitoral podem trazer grandes alterações nos resultados das eleições. Saari é um dos matemáticos e especialistas de ciência política que se têm dedicado a estudar os problemas da chamada escolha pública, uma área que sofreu um grande desenvolvimento na segunda metade do século XX.

Nesta altura, o leitor pode já suspeitar que seja difícil encontrar um sistema perfeito. Mas o problema é ainda mais complexo do que à primeira vista parece. Kenneth J. Arrow, um matemático e economista norte-americano que recebeu o prémio Nobel em 1972, estudou um conjunto de condições eleitorais aparentemente razoáveis, tais como a discutida transitividade das preferências, e mostrou que não há nenhum sistema eleitoral democrático que satisfaça simultaneamente todas essas condições.

Que se pode então fazer? Matematicamente o problema não tem solução, mas a sociedade não precisa de sistemas perfeitos e sim de regras falíveis e aproximadas, que conduzam a escolhas colectivamente aceites. A matemática pode ajudar a perceber os problemas dos diversos sistemas eleitorais. Mas não põe em causa a democracia, pois essa é uma escolha moral colectiva que a História tem revelado ser acertada.

## NÃO HÁ SOLUÇÕES PERFEITAS

Segundo o paradoxo de Jean-Charles Borda (ver tabela), cada perfil de preferências corresponde a uma coluna, que tem o número de votantes indicado. Assim, por exemplo, apenas uma pessoa coloca o candidato A em primeiro lugar, seguido do B e, depois, do C. Na segunda coluna vemos que há 7 votantes que preferem o candidato A, que põem em segundo lugar o candidato C e em terceiro o B. Neste exemplo de Borda, o candidato mais votado segundo o sistema plural (um homem um voto) é A, com 8 votos a favor, contra 7 em B e 6 em C. No entanto, esse é o candidato mais detestado pela maioria do eleitorado, uma vez que 13 votantes em 21 o colocam em último lugar.

Paradoxo de Borda				
	1 votante	7 votantes	7 votantes	6 votantes
1ª escolha	A	A	B	C
2ª escolha	B	C	C	B
3ª escolha	C	B	A	A

Paradoxo de Condorcet			
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
1ª escolha	A	B	C
2ª escolha	C	C	A
3ª escolha	B	A	B

O paradoxo de Condorcet (ver a outra tabela) é igualmente intrigante. Suponhamos que os votantes estão divididos em três grupos com as preferências da segunda tabela: Para o primeiro grupo de votantes, o candidato A é o preferido, seguido do B e, depois, do C. Há uma lógica transitiva nas escolhas deste grupo. Se se prefere A a B e se prefere B a C, então também se prefere A a C. Mas essa transitividade não se transporta para o conjunto de votantes. Suponhamos que há um número idêntico de votantes em cada grupo. Então, A vence B, pois é essa a hierarquia que tanto o grupo 1 como o 3 estabelecem. É essa a opinião da maioria dos votantes. Por outro lado, B também vence C, pois essa é a hierarquia que tanto o grupo 1 como o 2 definem. Pareceria lógico que A vencendo B e B vencendo C, então A também teria de vencer C. No entanto, C vence A, como se pode ver pelo mesmo raciocínio: tanto o grupo 2 como o 3 colocam C antes de A.