DECOMPOSIÇÃO DE SÉRIES TEMPORAIS

Seja $y_1, y_2, ..., y_t$, uma série temporal, sequência temporalmente ordenada de dados. Uma forma tradicional de analisar/prever a evolução da série:

dinâmica temporal dos dados = ***f*** (componentes)
= ***f*** (movimentos estruturais; movimentos erráticos)

Componentes das Séries Temporais:

- ***Tendência*** - movimento subjacente de longo-prazo que caracteriza a evolução do ***nível*** médio da série.

- ***Componente sazonal*** - movimentos estritamente periódicos, ocorrendo em séries de dados relativos a períodos infra-anuais, decorrentes das características meteorológicas ou de factores culturais e institucionais.

- ***Componente cíclica*** - movimentos oscilatórios de tipo recorrente, mas sem periodicidade específica, ligados à evolução geral da actividade económica. Apesar de historicamente reconhecíveis, em geral não apresentam regularidade suficiente para serem "deterministicamente" previsíveis.

- ***Componente errática/irregular*** - movimentos aleatórios decorrentes de uma multiplicidade de factores e de natureza imprevisível.

  - Nem todas as séries apresentam a totalidade componentes: por definição, as séries de dados anuais não apresentam componente sazonal; mas também nem todas as séries de dados de período infra anual apresentam componente sazonal (a presença de uma componente sazonal deve ser testada!).

  - Na maior parte dos casos, em particular quando os objectivos são a previsão de curto-prazo, não é habitual separar a componente cíclica da tendência – distinção sempre algo artificial - integrando-se os dois efeitos na ***componente tendência-ciclo***.

A desconstrução conceptual de uma série nas suas componentes implica que consideremos alguns modelos de articulação entre as componentes. Os modelos mais utilizados são:

- ***Modelo Aditivo***: $y_t = a_t + s_t + \varepsilon_t$

  onde: a_t - tendência-ciclo; s_t - factor sazonal; ε_t - componente irregular, com $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma_\varepsilon^2)$. Neste modelo não há interdependência entre as componentes e, sendo L o número de observações por ano, admite-se que $\sum_{i=1}^{L} s_{t+i} = 0$.

- ***Modelo Multiplicativo***: $y_t = a_t . s_t . \varepsilon_t$

  onde: a_t - tendência-ciclo; s_t - factor sazonal; ε_t - componente irregular, com $\varepsilon_t \sim IID(1, \sigma_\varepsilon^2)$, não-negativa. Neste modelo admite-se que existe interdependência entre as componentes e, sendo L o número de observações por ano, $\sum_{i=1}^{L} s_{t+i} = L$.

Estimação da Tendência com Médias Móveis

- A componente irregular da série pode dar origem a valores altamente erráticos e esconder a evolução mais "sauve" da tendência-ciclo.

- Existem diversos métodos para filtrar a componente irregular e estimar a tendência.

- As ***médias móveis*** são o filtro mais simples (e o mais antigo) e integram (de forma explícita ou implícita) todos os métodos de decomposição.

Consideremos ***uma série sem sazonalidade***: uma média de N observações adjacentes de uma série pode considerar-se como um estimador do nível da tendência no período correspondente ao da observação central que entra nessa média se N for ímpar, ou no período correspondente à média dos períodos centrais se N for par.

- uma média de *N* termos fornece-nos uma estimativa do nível da sucessão, mas com atraso relativamente à última observação que entra no cálculo dessa média. Esse atraso é igual a $\frac{N-1}{2}$.

- as médias de período ímpar são *centradas*, as médias de período par *não são centradas* e, se se pretende que sejam estimadores do nível da série onde existem observações, devem ser previamente centradas – basta fazer médias de dois termos das médias simples de *N* termos (médias *2xN*).

- Para médias móveis com número ímpar de termos, *N=2m+1*, tem-se $M_t = \frac{1}{N}\sum_{I=-m}^{m} y_{t+i}$, e a série de médias móveis define-se para *t = m+1, m+2, ..., T-m*. Para médias com número par de termos, *N=2m*, depois de recentrar, M_t fica igualmente definida para *t = m+1, m+2, ..., T-m*.

Em séries que apresentam sazonalidade, esta só pode ser eliminada utilizando médias móveis de período igual ao número de observações por ano, *L*, (ou seus múltiplos) uma vez que, por definição, se admite que a componente sazonal de uma série se compensa num quadro anual. Nos casos mais frequentes, dados mensais ou trimestrais, *L* é par e há que recentrar as médias.

Estimação e Correcção da Sazonalidade

Admitindo-se um padrão sazonal fixo, invariante no tempo, apresenta-se uma forma de estimar os factores sazonais presentes ao longo dos vários anos e corrigir a sazonalidade (dessazonalizar) de uma série. Essa metodologia é sintetizada no quadro seguinte:

Modelo	***ADITIVO*** $y_t = a_t + s_t + \varepsilon_t$	***MULTIPLICATIVO*** $y_t = a_t . s_t . \varepsilon_t$	**Domínio**
Série original	y_t	y_t	$t=1,2,\ldots,\ T$
(1) ***Médias L termos***	$M_{t+0.5} = \frac{1}{L}\sum_{i=t+1-L/2}^{t+L/2} y_i$	$M_{t+0.5} = \frac{1}{L}\sum_{i=t+1-L/2}^{t+L/2} y_i$	$t = \frac{L}{2}, \frac{L}{2}+1, \ldots, T-\frac{L}{2}$
(2) ***Médias centradas***	$M_t = \frac{1}{2}\sum_{i=t-1}^{t} M_{i+0.5}$	$M_t = \frac{1}{2}\sum_{i=t-1}^{t} M_{i+0.5}$	$t = \frac{L}{2}+1, \frac{L}{2}+2, \ldots, T-\frac{L}{2}$
(3) ***Sazonais "brutos"***	$s_t^* = y_t - M_t$	$s_t^* = y_t \div M_t$	$t = \frac{L}{2}+1, \frac{L}{2}+2, \ldots, T-\frac{L}{2}$
(4) ***Média dos sazonais***	$\bar{s}_i = média(s_{i(t)}^*)$	$\bar{s}_i = média(s_{i(t)}^*)$	$i=1,2,\ldots L$
(5) ***Factores sazonais***	$\hat{s}_i = \bar{s}_i - \frac{\sum_i \bar{s}_i}{L}$	$\hat{s}_i = \bar{s}_i \div \frac{\sum_i \bar{s}_i}{L}$	$i=1,2,\ldots L$
(6) ***Série Des-sazonalizada***	$y_t^D = y_t - \hat{s}_{i(t)}$	$y_t^D = y_t \div \hat{s}_{i(t)}$	$t=1,2,\ldots,\ T$

(1) Objectivo: eliminar a sazonalidade.

(2) Objectivo: centrar as médias anteriores. A média centrada M_t é um estimador do nível da tendência no período *t*, isto é, $M_t \approx a_t$.

(3) As diferenças $y_t - M_t \approx s_t + \varepsilon_t$ (no caso multiplicativo, os rácios), podem interpretar-se como factores sazonais "brutos".

(4) Objectivo: fazer as médias dos factores sazonais homólogos disponíveis para filtrar a componente irregular e estimar com menor erro o correspondente factor sazonal.

(5) Normalização dos factores sazonais: no caso aditivo deverá ter-se $\sum_i \hat{s}_i = 0$; no caso multiplicativo $\sum_i \hat{s}_i = L$.

(6) Subtrair (dividir) a cada observação o factor sazonal correspondente para obter a série corrigida de sazonalidade.